

数学无忧之最终幻想版

代数与几何部分

1. 正整数  $n$  有奇数个因子, 则  $n$  为完全平方数
2. 因子个数求解公式: 将整数  $n$  分解为质因数乘积形式, 然后将每个质因数的幂分别加一相乘.  $n=a^m*b^p*c^q$  则因子个数  $= (m+1)(p+1)(q+1)$

eg.  $200=2^3*2^2*5^2$  因子个数  $= (3+1)(2+1)=12$  个

3. 能被 8 整除的数后三位的和能被 8 整除; 能被 9 整除的数各位数的和能被 9 整除. 能被 3 整除的数, 各位的和能被 3 整除.

4. 多边形内角和  $= (n-2) \times 180$

5. 菱形面积  $= 1/2 \times$  对角线乘积

6. 欧拉公式: 边数  $=$  面数  $+ 顶点数 - 2$

8. 三角形余弦定理

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \beta, \beta \text{ 为 } AB \text{ 两条线间的夹角}$$

9. 正弦定理:  $A/\sin A = B/\sin B = C/\sin C = 2R$  ( $A, B, C$  是各边及所对应的角,  $R$  是三角形外接圆的半径)

10.  $Y = k_1X + B_1, Y = k_2X + B_2$ , 两线垂直的条件为  $K_1K_2 = -1$

11.  $N$  的阶乘公式:

$$N! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (N-2) \times (N-1) \times N \quad \text{且规定 } 0! = 1 \quad 1! = 1$$

$$\text{Eg: } 8! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$$

12. 熟悉一下根号 2、3、5 的值

$$\sqrt{2} = 1.414 \quad \sqrt{3} = 1.732 \quad \sqrt{5} = 2.236$$

13. ... 2/3 as many A as B:  $A = 2/3 \times B$

... twice as many... A as B:  $A = 2 \times B$

14. 华氏温度与摄氏温度的换算

$$\text{换算公式: } (F-32) \times 5/9 = C$$

PS. 常用计量单位的换算：（自己查查牛津大字典的附录吧）

练习题：

1: 还有数列题： $a_1=2$ ,  $a_2=6$ ,  $a_n=a_{n-1}/a_{n-2}$ , 求  $a_{150}$ .

解答： $a_n=a_{n-1}/a_{n-2}$ , 所以  $a_{n-1}=a_{n-2}/a_{n-3}$ , 带入前式得  $a_n=1/a_{n-3}$ , 然后再拆一遍得到  $a_n=a_{n-6}$ , 也就是说, 这个数列是以 6 为周期的, 则  $a_{150}=a_{144}=\dots=a_6$ , 利用  $a_1, a_2$  可以计算出  $a_6=1/3$ .

如果实在想不到这个方法, 可以写几项看看很快就会发现  $a_{150}=a_{144}$ , 大胆推测该数列是以 6 为周期得, 然后写出  $a_1-a_{13}$  (也就是写到你能看出来规律), 不难发现  $a_6=a_{12}$ ,  $a_7=a_{13}$ , 然后那, 稍微数数, 就可以知道  $a_{150}=a_6$  了, 同样计算得  $1/3$ .

2: 问摄氏升高 30 度华氏升高的度数与 62 比大小.

key:  $F=30*9/5=54 < 62$

3: 那道费波拉契数列的题: 已知,  $a_1=1$   $a_2=1$   $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$ , 问  $a_1, a_2, a_3, a_6$  四项的平均数和  $a_1, a_3, a_4, a_5$  四项的平均数大小比较。

解答: 费波契那数列就是第三项是前两项的和, 依此类推得到  $a_1-a_6$  为:

1 1 2 3 5 8 13 21  $a_1+a_2+a_3+a_6=12$ ,  $a_1+a_3+a_4+a_5=11$ , 所以为大于.

4: 满足  $x^2+y^2 \leq 100$  的整数对  $(x, y)$  有多少?

key: 按照 X 的可能情况顺序写出:

X=	Y=
1	1-9
2	1-9
3	1-9
4	1-9
5	1-8
6	1-8
7	1-7
8	1-6
9	1-4

=>Myanswer: 加起来=69



9: 等腰三角形, 腰为 6. 底边上的高为  $x$ , 底边为  $y$ , 问  $4x^2+y^2$  和 144 谁大

解答: 勾股定理得  $(y/2)^2+x^2=6^2$ , 所以  $4x^2+y^2=144$

10:  $-1 < r < t < 0$  (有一数轴) question:  $r+r*t*t$  与 -1 的关系

Key: 我想的办法只能是尝试:

原式  $= r(1+t*t)$  恒小于零

1)  $r \rightarrow -1, t \rightarrow 0$  则原式  $\rightarrow -1$

2)  $r \rightarrow -1, t \rightarrow -1$  则原式  $\rightarrow -2$

3)  $r \rightarrow 0, t \rightarrow 0$  则原式  $\rightarrow 0$

例如:  $r = -0.9, t = -1/3$  时, 原式  $= -1$ , 若此时  $-0.9 < t < -1/3$  原式  $< -1$  反之  $> -1$ .

11: 有长方形 4feet\*8feet, 长宽各截去  $x$  inch, 长宽比 2: 5,

解答: 列出方程:  $(4*12-x)/(8*12-x) = 2/5$

$$\Rightarrow x = 16$$

### 概率论部分

#### 1. 排列(permutation):

从  $N$  个东西(有区别)中不重复(即取完后不再取)取出  $M$  个并作排列, 共有几种方法:

$$P(M, N) = N! / (N-M)!$$

例如: 从 1-5 中取出 3 个数不重复, 问能组成几个三位数?

解答:  $P(3, 5) = 5! / (5-3)! = 5! / 2! = 5*4*3*2*1 / (2*1) = 5*4*3 = 60$

也可以这样想从五个数中取出三个放三个固定位置

那么第一个位置可以放五个数中任一个, 所以有 5 种可能选法, 那么第二个位置余下四个数中任一个, ... 4. ...., 那么第三个位置 ... 3. ....

所以总共的排列为  $5*4*3 = 60$

同理可知如果可以重复选(即取完后可再取), 总共的排列是  $5*5*5 = 125$

#### 2. 组合(combination):

从N个东东(可以无区别)中不重复(即取完后不再取)取出M个(不作排列,即不管取得次序先后),共有几种方法

$$C(M, N) = P(M, N) / P(M, M) = N! / (M-N)! / M!$$

$$C(3, 5) = P(3, 5) / P(3, 3) = 5! / 2! / 3! = 5 * 4 * 3 / (1 * 2 * 3) = 10$$

可以这样理解:组合与排列的区别就在于取出的M个作不作排列-即M的全排列 $P(M, M) = M!$ ,

那末他们之间关系就有先做组合再作M的全排列就得到了排列

所以 $C(M, N) * P(M, M) = P(M, N)$ ,由此可得组合公式

性质: $C(M, N) = C(N-M, N)$

$$\text{即 } C(3, 5) = C(5-2, 5) = C(2, 5) = 5! / 3! / 2! = 10$$

### 3. 概率

概率的定义:  $P = \text{满足某个条件的所有可能情况数量} / \text{所有可能情况数量}$

概率的性质:  $0 \leq P \leq 1$

#### 1) 不兼容事件的概率:

a, b 为两两不兼容的事件(即发生了a,就不会发生b)

$$P(a \text{ 或 } b) = P(a) + P(b)$$

$$P(a \text{ 且 } b) = P(a) * P(b) = 0 \quad (A, B \text{ 不能同时发生})$$

#### 2) 对立事件的概率:

对立事件就是 a+b 就是全部情况,所以不是发生a,就是b发生,但是,有一点a,b不能同时发生.例如:

a:一件事不发生

b:一件事发生,则A,B是对立事件

显然： $P(\text{一件事发生的概率或一件事不发生的概率}) = 1$ （必然事件的概率为 1）

则一件事发生的概率 =  $1 - \text{一件事不发生的概率}$ ..... 公式 1

理解抽象的概率最好用集合的概念来讲，否则结合具体体好理解写

a, b 不是不兼容事件(也就是说 a, b 有公共部分)分别用集合 A 和集合 B 来表示

即集合 A 与集合 B 有交集，表示为  $A * B$ （a 发生且 b 发生）

集合 A 与集合 B 的并集，表示为  $A \cup B$ （a 发生或 b 发生）

则： $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A * B)$ ..... 公式 2

### 3) 条件概率：

考虑的是事件 A 已发生的条件下事件 B 发生的概率

定义：设 A, B 是两个事件，且  $P(A) > 0$ , 称

$P(B|A) = P(A * B) / P(A)$  ..... 公式 3

为事件 A 已发生的条件下事件 B 发生的概率

理解：就是  $P(A \text{ 与 } B \text{ 的交集}) / P(A \text{ 集合})$

理解：“事件 A 已发生的条件下事件 B 发生的概率”，很明显，说这句话的时候，A, B 都发生了，求的是 A, B 同时发生的情况占 A 发生时的比例，就是 A 与 B 同时发生与 A 发生的概率比。

### 4) 独立事件与概率

两个事件独立也就是说，A, B 的发生与否互不影响，A 是 A, B 是 B, 用公式表示就是  $P(A|B) = P(A)$  所以说两个事件同时发生的概率就是：

$P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$  ..... 公式 4

练习题：

1: A, B 独立事件，一个发生的概率是 0.6，一个是 0.8，问：两个中发生一个或都发生的概率？

解答：

$$P=P(A \text{ 且 } !B)+P(B \text{ 且 } !A)+P(A \text{ 且 } B)$$

$$=0.6*(1-0.8)+0.8*(1-0.6)+0.6*0.8=0.92$$

另一个角度, 所求概率  $P=1-P(A, B \text{ 都不发生})$

$$=1-(1-0.8)*(1-0.6)=0.92$$

2: 一道概率题: 就是 100 以内取两个数是 6 的整倍数的概率.

解答: 100 以内的倍数有 6, 12, 18, ... 96 共计 16 个

所以从中取出两个共有  $16*15$  种方法, 从 1-100 中取出两个数的方法有  $99*100$  种, 所以  $P=(16*15)/(99*100)=12/505=0.024$

3: 1-350 inclusive 中, 在 100-299 inclusive 之间以 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 结尾的数的概率.

因为 100-299 中以 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 结尾的数各有 20 个, 所以

**Key:**  $(2*10*7)/350=0.4$

4. 在 1-350 中 (inclusive), 337-350 之间整数占的百分比

**Key:**  $(359-337+1)/350=4\%$

5. 在 E 发生的情况下, F 发生的概率为 0.45, 问 E 不发生的情况下, F 发生的概率与 0.55 比大小

解答: 看了原来的答案, 我差点要不考 G 了. 无论柳大侠的推理还是那个哥哥的图, 都太过分了吧? 其实用**全概率公式**是很好解决这个问题的, 还是先用白话文说一遍吧:

某一个事件 A 的发生总是在一定的其他条件下如 B, C, D 发生的, 也就是说 A 的概率其实就是在 B, C, D 发生的条件下 A 发生的概率之和. A 在 B 发生时有一个条件概率, 在 C 发生时有一个条件概率, 在 D 发生时有一个条件概率, 如果 B, C, D 包括了 A 发生的所有的条件. 那么, A 的概率不就是这几个条件概率之和麼.

$$P(A)=P(A|B)+P(A|C)+P(A|D)$$

好了, 看看这个题目就明白了. F 发生时, E 要麼发生, 要麼不发生, OK?

所以,  $P(F) = P(F|E) + P(F|\bar{E})$  感觉上也没错吧? 给了  $P(F|E) = 0.45$ , 所以

$$P(F|\bar{E}) = P(F) - P(F|E) = P(F) - 0.45$$

如果  $P(F) = 1$ , 那么  $P(F|\bar{E}) = 0.55$

如果  $0.45 < P(F) < 1$ , 那么  $0 < P(F|\bar{E}) < 0.55$

如果……, 唉, 我就不说你什么了……sigh

### 统计学部分

#### 1. mode (众数)

一堆数中出现频率最高的一个或几个数

e. g. mode of 1, 1, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 5 is 1 and 0

#### 2. range (值域)

一堆数中最大和最小数之差, 所以统计学上又称之爲极差. (两极的差)

e. g. range of 1, 1, 2, 3, 5 is  $5 - 1 = 4$

#### 3. mean (平均数)

arithmetic mean (算术平均数):  $n$  个数之和再除以  $n$

geometric mean (几何平均数):  $n$  个数之积的  $n$  次方根

#### 4. median (中数)

将一堆数排序之后, 正中间的一个数 (奇数个数位),

或者中间两个数的平均数 (偶数个数位)

e. g. median of 1, 7, 4, 9, 2, 2, 2, 2, 5, 8 is 2

median of 1, 7, 4, 9, 2, 5 is  $(5+7)/2 = 6$

#### 5. standard error (标准偏差)

一堆数中，每个数与平均数的差的绝对值之和，除以这堆数的个数 (n)

e. g. standard error of 0, 2, 5, 7, 6 is:

$$(|0-4|+|2-4|+|5-4|+|7-4|+|6-4|)/5=2.4$$

### 6. standard variation

一堆数中，每个数与平均数之差的平方之和，再除以 n

标准方差的公式： $d^2=[(a_1-a)^2+(a_2-a)^2+\dots+(a_n-a)^2]/n$

e. g. standard variation of 0, 2, 5, 7, 6 is: average=4

$$((0-4)^2+(2-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2+(6-4)^2)/5=6.8$$

### 7. standard deviation

就是 standard variation 的平方根 d

### 8. the calculation of quartile(四分位数的计算)

Quartile (四分位数) :

第 0 个 Quartile 实际为通常所说的最小值 (MINimum) ;

第 1 个 Quartile (En: 1st Quartile) ;

第 2 个 Quartile 实际为通常所说的中分位数(中数、二分位分、中位数:Median);第 3 个 Quartile (En: 3rd Quartile) ;

第 4 个 Quartile 实际为通常所说的最大值 (MAXimum) ;

我想大家除了对 1st、3rd Quartile 不了解外，对其他几个统计值的求法都是比较熟悉的了，而求 1st、3rd 是比较麻烦的。

下面以求 1rd 为例：

设样本数为 n (即共有 n 个数)，可以按下列步骤求 1st Quartile:

1. n 个数从小到大排列，求  $(n-1)/4$ ，设商为 i，余数为 j

2. 则可求得 1st Quartile 为： $(\text{第 } i+1 \text{ 个数}) \cdot (4-j)/4 + (\text{第 } i+2 \text{ 个数}) \cdot j/4$

例（已经排过序啦！）：

1). 设序列为 {5}，只有一个样本则： $(1-1)/4$  商 0，余数 0

1st = 第 1 个数  $\cdot 4/4 +$  第 2 个数  $\cdot 0/4 = 5$

2). 设序列为 {1, 4}，有两个样本则： $(2-1)/4$  商 0，余数 1

1st = 第 1 个数  $\cdot 3/4 +$  第 2 个数  $\cdot 1/4 = 1.75$

3). 设序列为 {1, 5, 7}，有三个样本则： $(3-1)/4$  商 0，余数 2

1st = 第 1 个数  $\cdot 2/4 +$  第 2 个数  $\cdot 2/4 = 3$

4). 设序列为 {1, 3, 6, 10}，四个样本： $(4-1)/4$  商 0，余数 2

1st = 第 1 个数  $\cdot 1/4 +$  第 2 个数  $\cdot 3/4 = 2.5$

5). 其他类推！因为 3rd 与 1rd 的位置对称，这是可以将序列从大到小排（即倒过来排），再用 1rd 的公式即可求得：例（各序列同上各列，只是逆排）：

1. 序列 {5}，3rd = 5

2. {4, 1}，3rd =  $4 \cdot 3/4 + 1 \cdot 1/4 = 3.25$

3. {7, 5, 1}，3rd =  $7 \cdot 2/4 + 5 \cdot 2/4 = 6$

4. {10, 6, 3, 1}，3rd =  $10 \cdot 1/4 + 6 \cdot 3/4 = 7$

## 9. The calculation of Percentile

设一个序列共有 n 个数，要求 (k%) 的 Percentile：

(1) 从小到大排序，求  $(n-1) \cdot k\%$ ，记整数部分为 i，小数部分为 j

可以如此记忆：n 个数中间有 n-1 个间隔， $n-1/4$  就是处于前四分之一处，

(2) 所求结果 =  $(1-j) \cdot \text{第 } (i+1) \text{ 个数} + j \cdot \text{第 } (i+2) \text{ 个数}$

特别注意以下两种最可能考的情况：

(1) j 为 0，即  $(n-1) \cdot k\%$  恰为整数，则结果恰为第 (i+1) 个数

(2) 第(i+1)个数与第(i+2)个数相等, 不用算也知道正是这两个数.

注意: 前面提到的 Quartile 也可用这种方法计算,

其中 1st Quartile 的 k%=25%

2nd Quartile 的 k%=50%

3rd Quartile 的 k%=75%

计算结果一样.

例: (注意一定要先从小到大排序的, 这里已经排过序啦!)

{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 80}

共 16 个样本 要求: percentile=30%: 则

$$(16-1)*30\%=4.5=4+0.5 \quad i=4, j=0.5$$

$$(1-0.5)*\text{第 5 个数}+0.5*\text{第 6 个数}=0.5*6+0.5*7=6.5$$

## 10. To find median using Stem-and-Leaf (茎叶法计算中位数)

Stem-and-Leaf method 其实并不是很适用于 GRE 考试, 除非有大量资料时可以用这种方法比较迅速的将资料有序化. 一般 GRE 给出的资料在 10 个左右, 茎叶法有点大材小用.

Stem-and-Leaf 其实就是一种分级将资料分类的方法. Stem 就是大的划分, 如可以划分为 1~10, 11~20, 21~30..., 而 Leaf 就是把划分到 Stem 一类中的资料再排一下序. 看了例子就明白了.

Example for Stem-and-Leaf method:

Data: 23, 51, 1, 24, 18, 2, 2, 27, 59, 4, 12, 23, 15, 20

0 | 1 2 2 4

1 | 12 15 18

2 | 20 23 23 24 27

5 | 51 59

Stem (unit) = 10

Leaf (unit) = 1

分析如下：

最左边的一竖行 0, 1, 2, 5 叫做 Stem, 而右边剩下的就是 Leaf(leaves). 上面的 Stem-and-Leaf 共包含了 14 个 data, 根据 Stem 及 leaf 的 unit, 分别是: 1, 2, 2, 4 (first row), 12, 15, 18 (second row), 20, 23, 23, 24, 27 (third row), 51, 59 (last row). Stem and Leaf 其实就是把各个 unit, 比如个位, 十位等归类了而已, 一般是从小到大有序排列, 所以在找 Stem-and-Leaf 找 median 的时候, 一般不需要你自己把所有的数写出来重新排序. 所以只要找到中间的那个数 (如果 data 个数是偶, 则取中间两数的平均数), 就是 median 了. 这道题的 median 是 18 和 20 的平均值 =19. 大家在碰到这种题的时候都可以用上面的方法做, 只要注意 unit 也就是分类的数量级就行了.

为什么用 Stem-and-Leaf 方法? 可能你觉得这样做太麻烦了, 其实 Stem-and-Leaf 方法好处就是: 你不必从一大堆数里去按大小挑数了, 按照 data 给出的顺序填到表里就可以了. 但是, GRE 考试这样做是否值得自己斟酌.

我的方法, 不就是找十来个数么? 排序! 在先浏览一眼资料看看大致范围, 然后在答题纸上按个的写, 觉得小的写前面, 大的写后面, 写了几个数之后, 就是把剩下的数儿们, 一个个的插到已写的数中间! 注意尽可能的把数之间的距离留大一些, 否则, 如果某些数比较密集, 呵呵, 你会死的很惨的.

### 11. To find the median of data given by percentage(按比例求中位数)

给了不同年龄 range, 和各个 range 的 percentage, 问 median 落在哪个 range 里. 把 percentage 加到 50% 就是 median 的 range 了. 担心一点, range 首先要保证是有序排列.

Example for this:

Given: 10~20 = 20%, 30~50 = 30%, 0~10 = 40%, 20~30 = 10%, 问 median 在哪个 range 里.

分析: 千万不要上来就加, 要先排序, 切记!!

重新排序为: 0~10 = 40%, 10~20 = 20%, 20~30 = 10%, 30~50 = 40%. 然后从小开始加, median (50%) 落在 10~20 这个 range 里.

如果觉得比较玄乎, 我的方法, GRE 大部分的题都可以这么搞. 0~10 岁 40 匹 ETS 猪, 10~20 岁 20 匹 ETS 猪, 20~30 岁 10 匹 ETS 猪, 30~50 岁 40 匹 ETS 猪, 这 100 匹 ETS 猪按着年龄排下来, 你说第五十匹 ETS 猪的年龄落在哪个范围.

(原题: 说一堆人 0-10 岁 占 10%, 11-20 岁 占 12%, 21-30 岁 占 23%, 31-40 岁 占 20%, 40 岁 占 35%, 问 median 在什麼范围?)

### 12: 比较, 当 $n < 1$ 时, $n, 1, 2$ 和 $1, 2, 3$ 的标准方差谁大

standard error 和 standard variation (作用=standard deviation) 都是用来衡量一组资料的离散程度的统计数值, 只不过由于 standard error 中涉及绝对值, 在数学上是很难处里的所以, 都用标准方差, 实际上 standard error 更合理一些, 它代表了资料和平均值的平均距离. 很明显题目中如果  $n=0$  的话, 0, 1, 2 的离散程度应该和 1, 2, 3 的离散程度相同. 如果  $n < 0$ , 则  $n, 1, 2$  的离散程度大于后者, 而  $0 < n < 1$  的话, 则后者大于前者, 但是  $n$  为整数, 这种情况不成立. 故而

**Key:**  $n$  是整数, 前) = 后 ( $n=0$ , 等;  $n=-1, -2, \dots$  大于)

### 13. 算数平均值和加权平均值

三组资料的频数分布 FREQUENCY DISTRIBUTION:

1 (6), 2 (4), 3 (1), 4 (4), 5 (6)

1 (1), 2 (4), 3 (6), 4 (4), 5 (1)

1 (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4), 5 (5)

其中括号里的是出现的频率, 问 MEAN 和 AVERAGE 相等的有那些.

答案: 只有第二个.

mean-arithmetical mean 算术平均值  $(1+2+3+4+5) / 5 = 3$

average-weighted average 加权平均值:  $(1*1+2*4+\dots+5*1)/(1+4+6+4+1)=48/16=3$

### 14. 正态分布题.

一列数从 0 到 28, 给出正态分布曲线. 75% 的 percentile 是 20, 85% 的 percentile 是  $r$ , 95% 的 percentile 是 26, 问  $r$  与 23 的大小.

**Key:**  $r < 23$

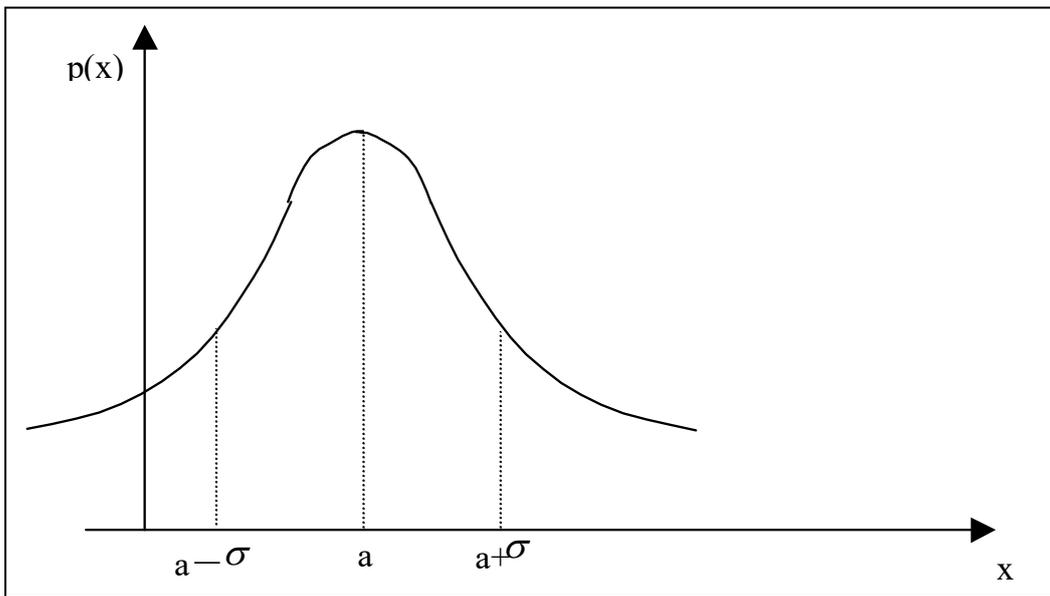
下面是来自柳大侠的七种武器中的正态分布

### 15. 正态分布

高斯分布 (Gaussian) (正态分布) 的概率密度函数为一钟型曲线, 即

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

$a$  为均值,  $\sigma$  为标准方差, 曲线关于  $x=a$  的虚线对称,  $\sigma$  决定了曲线的“胖瘦”, 形状为:



高斯型随机变量的概率分布函数, 是将其密度函数取积分, 即

$$F_A(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} d\xi$$

(★)  $F_A(x) \equiv P(A \leq x)$ , 表示随机变量  $A$  的取值小于等于  $x$  的概率。比如  $A$  的取值小于等于均值  $a$  的概率是 50%。曲线为

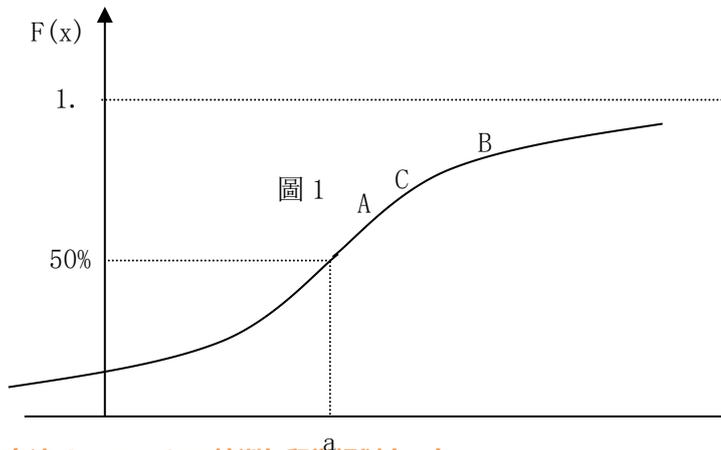
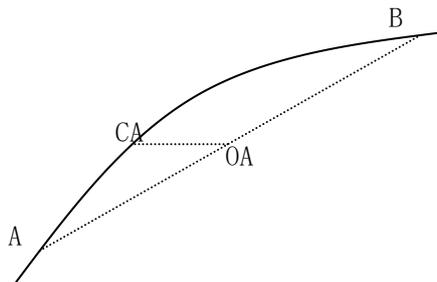


圖 2

如果前面看得有些头大也没有关系，结合具体题目就很容易理解了☺

1) 一道正态分布：95% < 26, 75% < 20, 85% < r, 问 r 与 23 的大小，答小于

解：由图 2，正态分布的分布函数  $F(x)$  在其期望  $a$  的右方曲线是向上凸的，此时  $F(20) = 75\%$ ,  $F(r) = 85\%$ ,  $F(26) = 95\%$ ,



如果把曲线的片段放大就比较清楚了。O 为 AB 的中点。

A(20, 75%)

B(26, 95%)

O(23, 85%)

C(r, 85%)

由于曲线上凸，显然 C 的横坐标小于 O，所以  $r < 23$ 。

补充：如果问的是曲线的左半部分或者其他一些情况，只要画一下图就很 easy 了。

2) 正态分布题好像是：有一组数平均值 9，标准方差 2，另一组数平均值 3，标准方差 1，问分别在 (5, 11) 和 (1, 4) 中个数(概率)谁大，应该是相等。

解：

令图 1 中的曲线  $a=0$ ,  $\sigma=1$ , 就得到了标准正态分布，曲线如图 3。

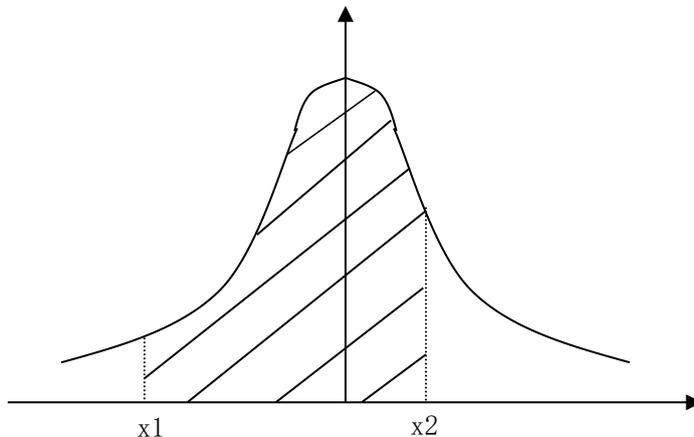


圖 3

此时问分布在区间  $(x_1, x_2)$  的概率，就是图中的阴影面积。注意此时的曲线关于  $x=0$  对称。

(★) 对于一般的正态分布，可以通过变换，归一化到标准的正态分布，算法为：  
设原正态分布的期望为  $a$ ，标准方差为  $\sigma$ ，欲求分布在区间  $(y_1, y_2)$  的概率，可以变换为求图 3 中分布在  $(x_1, x_2)$  间的概率。其中

$$x = \frac{y - a}{\sigma}。$$

比如题目中  $a=9$ ， $\sigma=2$ ，区间为  $(5, 11)$ ，则区间归一化后为  $(-2, 1)$ ，即

$$x_1 = \frac{5 - 9}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{11 - 9}{2} = 1$$

同理， $a=3$ ， $\sigma=1$ ，区间为  $(1, 4)$ ，则区间归一化后也为  $(-2, 1)$ 。

所以两者的分布概率相等。

估计最难的题也就是利用钟型曲线的对称性，比如归一化后的区间并不相同，

而是  $(-2, 1)$  和  $(-1, 2)$ ，但根据对称性，仍然可以比较概率的大小。

### GRE&GMAT 数学部分术语总汇

#### 代数部分

##### 1. 有关数学运算

add, plus 加 subtract 减 difference 差 multiply, times 乘 product 积  
divide 除 divisible 可被整除的 divided evenly 被整除 dividend 被除数, 红利  
divisor 因子, 除数 quotient 商 remainder 余数 factorial 阶乘 power 乘方  
radical sign, root sign 根号 round to 四舍五入 to the nearest 四舍五入

##### 2. 有关集合

union 并集 proper subset 真子集 solution set 解集

##### 3. 有关代数式、方程和不等式

algebraic term 代数项 like terms, similar terms 同类项 numerical coefficient 数位系数  
literal coefficient 字母系数 inequality 不等式 triangle inequality 三角不等式  
range 值域 original equation 原方程 equivalent equation 同解方程, 等价方程  
linear equation 线性方程 (e.g.  $5x + 6 = 22$ )

##### 4. 有关分数和小数

proper fraction 真分数 improper fraction 假分数 mixed number 带分数 vulgar fraction, common fraction 普通分数 simple fraction 简分数 complex fraction 繁分

数 numerator 分子 denominator 分母 (least) common denominator (最小) 公分母  
quarter 四分之一 decimal fraction 纯小数 infinite decimal 无穷小数  
recurring decimal 循环小数 tenths unit 十分位

## 5. 基本数学概念

arithmetic mean 算术平均值 weighted average 加权平均值 geometric mean 几何平均数  
exponent 指数, 幂 base 乘幂的底数, 底边 cube 立方数, 立方体 square root 平方根  
cube root 立方根 common logarithm 常用对数 digit 数位 constant 常数  
variable 变量 inverse function 反函数 complementary function 余函数  
linear 一次的, 线性的 factorization 因式分解 absolute value 绝对值, e.g.  $|-32| = 32$   
round off 四舍五入

## 6. 有关数论

natural number 自然数 positive number 正数 negative number 负数 odd integer, odd number 奇数  
even integer, even number 偶数 integer, whole number 整数 positive whole number 正整数  
negative whole number 负整数 consecutive number 连续整数 real number, rational number 实数, 有理数  
irrational (number) 无理数 inverse 倒数 composite number 合数 prime number 质数 reciprocal 倒数  
common divisor 公约数 multiple 倍数 (least) common multiple (最小) 公倍数 (prime) factor (质) 因子  
common factor 公因子 ordinary scale, decimal scale 十进制 nonnegative 非负的 tens 十位  
units 个位 mode 众数 median 中数 common ratio 公比

## 7. 数列

arithmetic progression(sequence) 等差数列 geometric progression(sequence) 等比数列

## 8. 其他

approximate 近似 (anti)clockwise (逆) 顺时针方向 cardinal 基数 ordinal 序数  
direct proportion 正比 distinct 不同的 estimation 估计, 近似 parentheses 括号  
proportion 比例 permutation 排列 combination 组合 table 表格 trigonometric function 三角函数  
unit 单位, 位元

### 几何部分

#### 1. 所有的角

alternate angle 内错角 corresponding angle 同位角 vertical angle 对顶角  
central angle 圆心角 interior angle 内角 exterior angle 外角 supplementary

angles 补角 complementary angle 余角 adjacent angle 邻角 acute angle 锐角  
obtuse angle 钝角 right angle 直角 round angle 周角 straight angle 平角  
included angle 夹角

## 2. 所有的三角形

equilateral triangle 等边三角形 scalene triangle 不等边三角形 isosceles triangle  
等腰三角形 right triangle 直角三角形 oblique 斜三角形 inscribed triangle 内接  
三角形

## 3. 有关收敛的平面图形，除三角形外

semicircle 半圆 concentric circles 同心圆 quadrilateral 四边形 pentagon 五边  
形 hexagon 六边形 heptagon 七边形 octagon 八边形 nonagon 九边形 decagon  
十边形 polygon 多边形 parallelogram 平行四边形 equilateral 等边形 plane 平  
面 square 正方形，平方 rectangle 长方形 regular polygon 正多边形 rhombus 菱  
形 trapezoid 梯形

## 4. 其他平面图形

arc 弧 line, straight line 直线 line segment 线段 parallel lines 平行线  
segment of a circle 弧形

## 5. 有关立体图形

cube 立方体，立方数 rectangular solid 长方体 regular solid/regular polyhedron 正  
多面体 circular cylinder 圆柱体 cone 圆锥 sphere 球体 solid 立体的

## 6. 有关图形上的附属物

altitude 高 depth 深度 side 边长 circumference, perimeter 周长 radian 弧度  
surface area 表面积 volume 体积 arm 直角三角形的股 cross section 横截面  
center of a circle 圆心 chord 弦 radius 半径 angle bisector 角平分线 diagonal  
对角线 diameter 直径 edge 棱 face of a solid 立体的面 hypotenuse 斜边  
included side 夹边 leg 三角形的直角边 median of a triangle 三角形的中线 base 底  
边，底数 (e.g. 2 的 5 次方，2 就是底数) opposite 直角三角形中的对边 midpoint 中点  
endpoint 端点 vertex (复数形式 vertices) 顶点 tangent 切线的 transversal 截  
线 intercept 截距

## 7. 有关坐标

coordinate system 坐标系    rectangular coordinate 直角坐标系    origin 原点  
abscissa 横坐标    ordinate 纵坐标    number line 数轴    quadrant 象限    slope 斜率  
complex plane 复平面

## 8. 其他

plane geometry 平面几何    trigonometry 三角学    bisect 平分    circumscribe 外切  
inscribe 内切    intersect 相交    perpendicular 垂直    pythagorean theorem 勾股定理  
congruent 全等的    multilateral 多边的

其他

### 1. 单位类

cent 美分    penny 一美分硬币    nickel 5美分硬币    dime 一角硬币    dozen 打(12个)  
score 廿(20个)    Centigrade 摄氏    Fahrenheit 华氏    quart 夸脱    gallon 加仑(1  
gallon = 4 quart)    yard 码    meter 米    micron 微米    inch 英寸    foot 英尺  
minute 分(角度的度量单位, 60分=1度)    square measure 平方单位制    cubic meter 立方  
米    pint 品脱(干量或液量的单位)

### 2. 有关文字叙述题, 主要是有关商业

intercalary year (leap year) 闰年(366天)    common year 平年(365天)    depreciation 折  
旧    down payment 直接付款    discount 打折    margin 利润    profit 利润    interest  
利息    simple interest 单利    compounded interest 复利    dividend 红利    decrease to  
减少到    decrease by 减少了    increase to 增加到    increase by 增加了    denote 表示  
list price 标价    markup 涨价    per capita 每人    ratio 比率    retail price 零售  
价    tie 打平

## 救命三招

### 1. 代数法

往变量里分别代三个数(最大, 最小, 中间值)看看满足不满足

### 2. 穷举法

分别举几个特例, 不妨从最简单的举起, 然后总结一下规律

### 3. 圆整法

对付计算复杂的图表题, 不妨四舍五入舍去零头, 算完后看跟那个答案最接近即可

无论你赞同何种观点, 形成一套自己的解题思路是尤为重要的

