

GRE 数学手册

主要符号

+	plus ;positive
-	minus ;negative
×	multiplied by ;times
÷	divided by
=	equals
≈	approximately equals
≠	not equal to
<	less than
>	greater than
≤	equal to or less than
≥	equal to or greater than o
()	round brackets ;parentheses
[]	square brackets
{ }	braces
∈	is a member of the set
⊂	is a subset of
∝	similar to
≅	congruent to
*	denotes an operation
∴	therefore
∵	because
:	ratio sign, divided by, is to
∴	equals, as (proportion)
$\sqrt{\quad}$	square root of
$\sqrt[3]{\quad}$	cube root of
//	parallel to
⊥	perpendicular to, at right angles with
∠	angle
⊓	right angle

°	degree
'	minute
"	second
⊙	circle
$\overset{\frown}{AB}$	arc AB
e	the base of natural logarithms, approx. 2.71828
x!	factorial x, $x(x-1)(x-2)\dots-1$
$\log_n x$	log x to the base n
π	pi
lnx	log x to the base e (natural logarithm)
lgx	log x to the base 10 (common logarithm)
x	the absolute value of x

数的概念和特性

*几个 GRE 最常用的概念:

偶数 (even number): 能被 2 整除的整数;

奇数 (odd number): 不能被 2 整除的数;

质数 (prime number): 大于 1 的整数, 除了 1 和它本身外, 不能被其他正整数所整除的, 称为质数。也叫素数; (学过数论的同学请注意, 这里的质数概念不同于数论中的概念, GRE 里的质数不包括负整数)

倒数 (reciprocal): 一个不为零的数为 x, 则它的倒数为 $1/x$ 。

*最重要的性质:

奇偶性: 偶加偶为偶, 偶减偶为偶, 偶乘偶为偶;

奇加奇为偶, 奇减奇为偶, 奇乘奇为偶;

奇加偶为偶, 奇减偶为偶, 奇乘偶为偶。

等差数列

GRE 数学中绝大部分是等差数列, $a_n = a_1 + (n-1)d$, 形式主要为应用题。题目会说三年稳步增长第一年的产量是 x, 第三年的产量是 y, 问你的二年的产量。

数理统计

*众数 (mode)

一组数中出现频率最高的一个或几个数。

例: mode of 1, 1, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 5 is 1 and 0。

*值域 (range)

一组数中最大和最小数之差。

例: range of 1, 1, 2, 3, 5 is $5-1=4$

*平均数 (mean) 算术平均数 (arithmetic mean)

*几何平均数 (geometric mean)

n 个数之积的 n 次方根。

*中数 (median)

对一组数进行排序后，正中间的一个数（数字个数为奇数），或者中间两个数的平均数（数字个数为偶数）。例：median of 1, 7, 4, 9, 2, 5, 8 is 5 median of 1, 7, 4, 9, 2, 5 is $(5+7)/2=6$
 ps: GRE 经常考察众数与数的个数的积和这组数的和的大小。

*标准偏差(standard error)

一组数中，每个数与平均数的差的绝对值之和，再除以这组数的个数 n

例：standard error of 0, 2, 5, 7, 6 is: $(|0-4|+|2-4|+|5-4|+|7-4|+|6-4|)/5=2.4$

*standard variation

一组数中，每个数与平均数之差的平方和，再除以这组数的个数 n

例：standard variation of 0, 2, 5, 7, 6 is: $\frac{2^2+2^2+2^2+2^2+2^2}{5}$

$\frac{|(0-4)^2+(2-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2+(6-4)^2|}{5}=6.8$

*标准偏差(standard deviation)

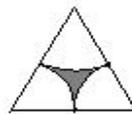
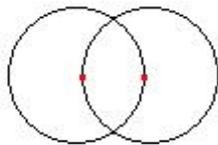
standard deviation 等于 standard variation 的平方根

ps :GRE 经常让你比较众数或中数与数的个数的乘积和这组数的和的大小，可以举几个极限情况的例子验证一下。还有一种题型是给你两组数的平均值，方差，比较他们的中数大小；要注意中数的大小和那两个值是没有必然联系的，无法比较。

平面几何

1. 普通几何：

GRE 经常考察组和图形，例如两个相等的圆经过对方圆心，求外部周长；一个正三角形中去掉三个以各顶点为圆心，周长一般为半径的圆的以后的部分的面积。

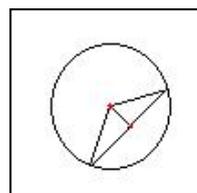


只要熟记下列公式局可以解决：

*平面图形的周长和面积：

	Perimeter	Area
Triangle	三边之和	$(\text{底} \times \text{高}) / 2$
Square	边长 $\times 4$	边长的平方
Rectangle	$(\text{长} + \text{宽}) \times 2$	长 \times 宽
Parallelogram	$(\text{长} + \text{宽}) \times 2$	底 \times 高
Trapezoid	四边之和	$(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} / 2$
Rhombus	边长 $\times 4$	两条对角线之积的 $1/2$
Circle	$2\pi r = \pi d$	πr^2

*经常考的还有圆中的弦和半径以及垂直于弦的线段所组成的三角形各边间的关系，如右图。



2. 解析几何：

常考的有：

*两直线垂直的条件：两直线 $y = k_1 + b_1$ 和 $y = k_2 + b_2$ 垂直的条件， $k_1 k_2 = -1$ 。

*平面上两点中点坐标及距离：平面直角坐标系中， $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 是任意两点， $C(x, y)$ 是线段 AB 的中点，则 $x = (x_1 + x_2) / 2, y = (y_1 + y_2) / 2$ ，线段 AB 两端点间的距离 $= [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{\frac{1}{2}}$

立体几何

GRE 数学中的立体几何只涉及四面体，长方体，正方体，圆柱体，圆锥（不常考）的面积和体积。

*立体图形的表面积和体积

	Volume	Surface Area
Rectangular Prism	长×宽×高	2(长×宽+长×高+宽×高)
Cube	棱长的立方	6×棱长×棱长
Right Circular Cylinder	$\pi r^2 h$	$2\pi r h$ (侧)+ $2\pi r^2$ (底)
Sphere	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$4\pi r^2$
Right Circular Cone	$\frac{\pi r^2 h}{3}$	$\pi r l$ (l 为母线)

排列 (permutation)&组合 (combination)

(一) 概念

1. 排列与组合的区分:

将一个事件内的元素的顺序调换, 如果这个事件不变, 那么是组合问题; 如果这个事件改变, 那么是排列问题。

排列问题要考虑位置关系; 组合问题不需要考虑位置关系。

2. 乘法原理与加法原理:

乘法原理: 要完成一件事情, 如果要分为 n 个步骤, 第 k 步有 m_k 种方法, 那么完成这件事情的方法总数为 $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n$.

加法原理: 要完成一件事情, 如果可有 n 类办法, 第 k 类办法有 m_k 种方法, 那么完成这件事情的方法总数为 $m_1 + m_2 + \dots + m_n$.

(二) 基本公式:

从 n 个不同的元素中任取 m 个不同的元素的排列数为

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$$

从 n 个不同的元素中任取 m 个不同的元素的组合数为

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad A_m^m = m! \quad A_n^{n-1} = A_n^n$$

组合性质

$$C_n^m = C_n^{n-m} \quad C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1}$$

概率 (Probability)

某一事件在相同的条件下可能发生也可能不发生, 这类事件成为随机事件 (random occurrence)。概率就是用来表示随机事件发生的可能性大小的一个量。很自然的吧必然发生的概率定为 1, 并把不可能发生的事件的概率定为 0, 而一般随机事件的概率是介于 0 和 1 之间的一个数。

等概基本事件组

满足下列二条性质的 n 个随机事件 A_1, A_2, \dots, A_n 被称为“等概基本事件组”: (1) A_1, A_2, \dots, A_n 发生的几率相等; (2) 在任一实验中, A_1, A_2, \dots, A_n 中只有一个发生。等概基本事件组中的任一随机事件 A_i ($i=1, 2, \dots, n$) 称为“基本事件”。如果事件 B 是由等概念基本事件组 A_1, A_2, \dots, A_n 的 m 个基本事件构成, 则事件 B 的概率 $P(B)=m/n$, 这种讨论事件概率的模型称为“古典模型”。

ps: 排列组合结合概率中的“古典概率”就可以解决几乎所有的 GRE 数学概率问题, 但要灵

活应用，而且很多题目看起来像概率题实际上它就是各抽屉原理（6 个球放到 5 个抽屉里则至少有一个抽屉里有两个或更多的球），他就让你比较和 1 的大小，当然是相等。

正态分布

*高斯分布（Gaussian）（正态分布）的概率密度函数为一钟型曲线，即

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

a 为均值， σ 为标准方差，曲线关于 $x=a$ 的虚线对称， σ 决定了曲线的“胖瘦”，形状为：

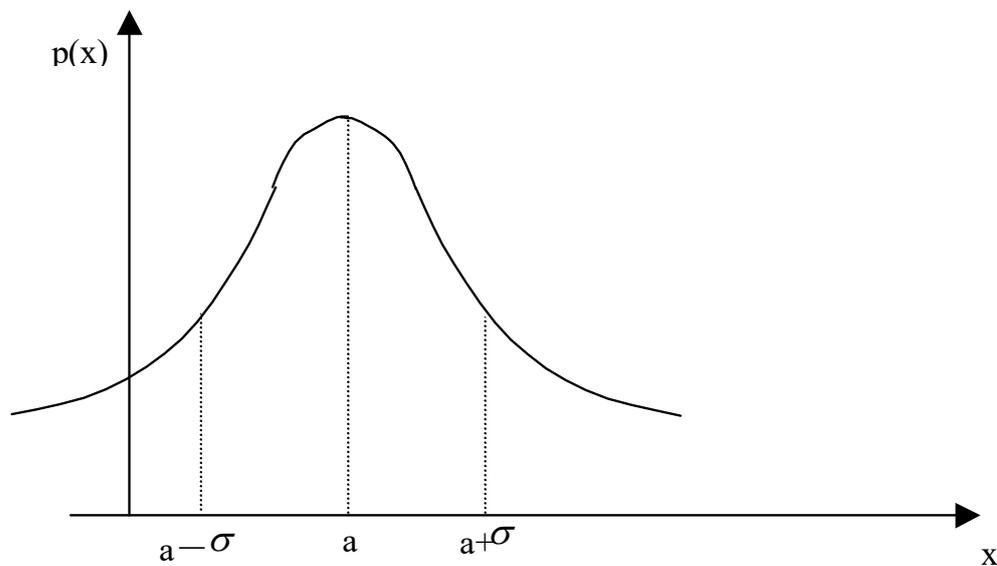
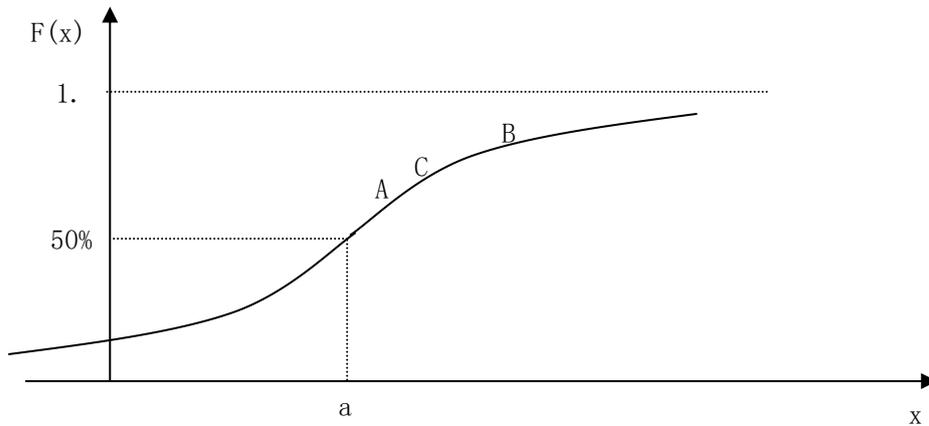


图 1

*高斯型随机变量的概率分布函数，是将其密度函数取积分，即

$$F_A(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} d\xi$$

$F_A(x) \equiv P(A \leq x)$ ，表示随机变量 A 的取值小于等于 x 的概率。比如 A 的取值小于等于均值 a 的概率是 50%。曲线为



ps:如果你没学过概率论的话,这部分内容很难理解,不过不要紧,答错一道题也可以拿八百分的:),绝大部分时候你不会遇见这种题的。

图表(Chart & Graph)

解答图表题的关键是找到关键的数据和信息:有时候图表很复杂,表示的数据很多,但只要看清楚题目所问的那个量就好了。

GRE 种主要考察五种图表:

1. 表格 (tables)
分类排列纪录事项的文件。
2. 饼形图 (pie graphs)
表示整体与部分间的关系,通常用百分比表示图中的每个部分。
3. 线型图 (line graphs)
表示数量的连续变化数量一般以时间的变化来衡量。
4. 条带图 (bar graphs)
用条带的高低或长短来表示在不同时间里的不同数量或同一数量。
5. 累积图 (cumulative graphs)
在累积条带图中,将累积条带的高度按比例分成不同的数量,用以比较不同的项目。

常用数学公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \quad (a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \quad (a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解 $x_{1,2}=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

*Simple Interest:利息 Interest=本金 Principal³时间 Time³利率 Rate。

*Compound Interest: $A=(1+R)^n$;A 为本利和, P 为本金, R 为利率, n 为期数。

*Discount=Cost3Rate of Discount

*Distance=Speed3Time

*Pythagorean Theorem(勾股定理): 直角三角形(right triangle)两直角边(legs)的平方和等于斜边(hypotenuse)的平方。

*多变形的内角和: $(n-2) \times 180^\circ$, 总对角线数为 $n(n-3)/2$ 条, 从每一个顶点引出的对角线数为 $(n-3)$ 条; 式中: n 为多边形的边数

*平面直角坐标系中, $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 是任意两点, $C(x, y)$ 是线段 AB 的中点, 则 $x=(x_1+x_2)/2, y=(y_1+y_2)/2$, 线段 AB 两端点间的距离= $[(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2]^{1/2}$

*平面图形的周长和面积:

	Perimeter	Area
Triangle	三边之和	(底×高)/2
Square	边长×4	边长的平方
Rectangle	(长+宽)×2	长×宽
Parallelogram	(长+宽)×2	底×高
Trapezoid	四边之和	(上底+下底)×高/2
Rhombus	边长×4	两条对角线之积的 1/2
Circle	$2\pi r = \pi d$	πr^2

*立体图形的表面积和体积

	Volume	Surface Area
Rectangular Prism	长×宽×高	2(长×宽+长×高+宽×高)
Cube	棱长的立方	6×棱长×棱长
Right Circular Cylinder	$\pi r^2 h$	$2\pi r h$ (侧)+ $2\pi r^2$ (底)
Sphere	$4\pi r^3/3$	$4\pi r^2$
Right Circular Cone	$\pi r^2 h/3$	$1r/2$ (l 为母线)

GRE 数学考试词汇

A

abscissa	横坐标
absolute value	绝对值
account for	(数量) 占
acute angle	锐角
acute triangle	锐角三角形
add	加 add to
addition	加, 加法

adjacent	相邻
adjacent angles	邻角
algebra	代数学
algebraic expression	代数式
algebraic fraction	分式
algebraic term	代数项
aliquot	除得尽数
aliquant	除不尽数
alternate angles	内错角
altitude	高度
amount	合计
angle	角
angle bisector	角平分线
apex	顶, 顶点
apiece	每人, 每个
approximately	近似的, 大约的
approximation	近似, 近似值
arc	弧, 圆周的任意一段
area	面积
arithmetic	算术
arithmetic(al) average	算术平均数
arithmetic(al) mean	算术平均数或等差中项
arithmetic(al) progression 或 series	算术级数, 等差级数
assume that	假定义……
at random	随机地
at right angles with	与……成直角
at this rate	以这样的比率, 价格或速度
average	平均, 平均数平均的
axis	轴
B	
balance	余额
bar graph(chart)	条带图
base	堤边, 底面, 幂或乘方的底数
base area	底面积
be across from	在……对面
be closet to	最接近……
be composed of	由构成
be equal to	与……相等
be equivalent to another equation	与另一方程同解
be fewer than	小于

be greater than	大于
be greater than or equal to	不小于
be inscribed in	内接于
be less than	小于
be less than or equal to	不大于
be parallel to	平行于
be perpendicular to	垂直于
be substituted for	代替
billion	10^9
binomial	二项式
bisect	把……二等分
block	立体
blot out	涂掉, 删掉
bound	辩解, 范围; 邻接
*brand	
*bulk	大量
C	
calculate to three decimal places	计算结果保留三位小数
cancellation	约掉, 消掉
*car pool	
catch up with	
cent	
center	圆心
central angle	圆心角
*charge	费用, 价钱
chart	图表
chord	弦
circle	圆
circle graph(chart)	圆形图
circular	圆形的, 环形的
circular cylinder	圆柱
circumference	圆的周长
clear an equation of fractions	分式方程整式化
clockwise	顺时针
coefficient	系数
*coin	
column	列, 圆柱
common denominator	公分母
common difference	等差数列的公差
common divisor(factor)	共因子; 公约数

common ratio	等比数列的公比
common multiple	公倍数
complement	余角
complementary angle	余角
complete circle	全圆
complete quadratic (equation)	全二次方程
complex fraction	繁分数
composite number	和数, 指大于一而不是质数的整数
compound	混合物; 复利
compound interest	复利
compound annual interest	年复利
concentration	浓度
concentric circle	同心圆
congruent	(多边形) 全等的
consecutive	连续的
consecutive integer	连续整数
consecutive even(odd) integer	连续偶(奇)数
consist of	由……构成
constant	不变的, 永恒的; 常数
constitute	构成, 组成
*contractor	承包商
convert into	
coordinate	坐标
coordinate axis system	坐标系
coordinate geometry	解析几何
coordinate plane	坐标平面
corresponding angles	同位角, 对应角
corresponding side	对应边
*cost	成本
*cost price	成本价
counterclockwise	逆时针
cross multiplication	交叉相乘
cube	立方体, 立方; 三次幂
cubic	立方体的, 立方的
cubic block	立方体
cubic denominations	立方单位
cubic solid	立方体
cubic units	立方单位
cumulative graph(chart)	累积图
curve	曲线
curved line	曲线
cylinder	圆柱体

cylindric(al)	圆柱体的
D	
*dealer	商人
decagon	十角形, 十边形
decimal	小数; 小数的
decimal fraction	纯小数
decimal place	小数位
decimal point	小数点
*deck	一幅纸牌
decrease	减少, 减少量
deduct	扣除, 减去
degree	度; 度数 (温度和角度)
denominator	分母
denote	表示, 意味着
depth	深度
diagonal	对角线; 对角线的
diameter	直径
*diet	
differ	不同, 相异
difference	差, 差额
digit	数字, 位 (数)
*dime	一角, 十分
dimension	尺寸, 尺度; 维 (数), 度 (数), 元
(be) direct(inverse) proportional to	成正 (反) 比
*discount	折扣
discount rate	折扣率
distance	距离
distinct	与其它不同的, 独特的
divide	除
dividend	被除数
divisor	除数, 约数
divisible	可整除的
division	除法
*dollar	美元
done(drawn) to scale	按比例绘制
double	
*dry mixture	
*down	付现款地 (和分期付款相对)
*dozen	
*due	

E	
eccentric	偏心圆,; 不同圆心的
edge	立体的变或棱
*enclose	
endpoint	端点
equality	相等, 等式
equation	等式, 方程
equiangular	等角的
equidistance	等距离的
equilateral	等边图形; 等边的
equivalent	等面积的, 等体积的; 等价的, 相等的, 等量的
equivalent fraction	等值分数, 如 1/2 和 2/4
even integer	偶数
evenly even integer	能再平分的偶数 (能背 4 整除)
evenly spaced	等间隔的
exponent	指数
expression	表达式
exterior angle	外角
F	
face	立体的面
factor	因子; 将……分解因子
factorable	可进行因式分解的
factorial	阶乘; 因子的, 阶乘的
figure	图形
*finish line	终点线
*flat	
fold	对折
footcandle	(物理) 英尺烛光 (照度单位)
formula	公式, 配方
fraction	分数
from subtract	从……减去……
from through	
from to, inclusive	
G	
gain	

geometric mean	几何平均数
geometric progression	几何级数，等比级数
geometry	几何学
graph	图表；用图表来表示
greatest common divisor	最大公约数
grid	格栅
gross	总的，毛的
H	
halfway	半途的
halve	把……平分为二；将……减半
height	高
heptagon	七边形
hexagon	六边形
horizontally	水平地
how much more than	
hundreds	百位
hundredth	第一百个；百分之一
hypotenuse	（直角三角形）斜边
I	
identical	相等的；恒等的
*illumination	照明度
improper fraction	假分数
included angle(side)	夹角（边）
incomplete quadratic equation	
indefinitely	无限定地
independent	无关地，独立地
independent variables	自变量
inequality	不等式；不相等
in excess of	超过……
infinite decimal	无穷小数，同 non-terminating decimal
infinite sequence	无穷数列
inscribed angle	圆周角，同弧所对圆心角 central angle 的尺寸是圆周角的二倍
inside dimension	内部尺寸
installment	分期付款中每一期所付的款项
integer	整数
integer part	代分数的整数部分，代分数的分数部分是

*intensity	fractional part
intercept	强度
interest	截距; 截取 eg intercepted arc 截弧
interior angle	利息
in terms of	内角
intersect	用……来表示
interval	直线相交, point of intersection 交点
in turn	间隔, 区间
invert a fraction	依次, 轮流
irrational number	求一个分数的倒数
	无理数
J	
joint	接合, 接合处
L	
least (lowest) common multiple	最小公倍数
leg	梯形的两条不平行的边; 直角三角形的直角边
length	长度
lengthwise (lengthways)	纵长的
less	
level	
like (similar) terms	同类项
line	直线, 线段 line segment/half line 半直线, 射线
line graph	线型图
literal coefficient	字母系数
M	
mathematical operation	数学运算
mean	平均数
mean proportional	比例中项
measure	
measurement	
median	中数; 中线
midpoint	中点
midway	中途
million	10^6

minor arc AB	劣弧 AB
minuend	被减数
minus	减
mixed decimal	混合小数, 如 3.14
mode	众数
monomial	单项式
*mower	
multiple	多倍的, 多重的; 倍数 a multiple of
multiplicand	被乘数
multiplication	乘法
multiplier	乘数
multiply	乘
N	
natural number	自然数
negative number	负数
negligible	可忽略不计的
n-gon	n-边形
nickel	五分
nonadjacent	不相邻的
nonagon	九边形
nonzero	非零; 非零的
not necessarily distinct	不必然不同的
number	数, 数字
number line	数轴, 规定了原点, 正方向和单位长度的直线, 数轴上的点和实数一一对应
numerator	分数的分子
numerical coefficient	数字系数
O	
obtuse angle	钝角, 大于 90 度而小于 180 度的角
obtuse triangle	钝角三角形
octagon	八边形
odd integer	奇数
odds	事物发生的可能性, 机会
of one dimension	线性的
on the average	平均
operation	运算
opposite	
order	顺序, 订单

ordinate	纵坐标
origin	原点, origin of coordinates 坐标原点
original equation	原方程
overhang	
overlap	部分重叠, 部分搭交
P	
parallel lines	平行线
parallelogram	平行四边形
part	
partition	
payroll	
penny	分
pentagon	五边形
percent	百分号
percent of interest	利率, 同 rate of interest
percent increase	增加的百分率
percent decrease	减少的百分率
perfect square(cube)	完全平方(立方), e. g. 25 是 5 的完全平方
perimeter	周长
perpendicular lines	垂直线
pictograph	统计图表
pie graph(chart)	圆形图, 饼型图
palce	(位)数
plane	平面
plus	加
point	小数点
pointer	指针
point of tangency	切点
polynomial	多项式
pool	联营
portion	一部分
positive	正的
power	幂, 乘方
preceding	在前的, 先前的
prime number	质数, 素数
*principal	本金, 资本
probability	概率
product	(乘)积
progression(series)	级数, 同 series
projected	被预测, 被估计

proportion	比, 比率; 比例 e. g. in proportion to 与……成比例;
Q	
quadrant	象限
quadratic equation	二次方程
quadrilateral	四边形
quantity	数, 数量
quotient	商
R	
radical	根号, 根式;
radius	半径
randomly	随机地
rate	率, 比率; 速度, 速率; 价格, 费用
ratio	比, 比率
ray	射线
real number	实数
*rebate	回扣, 折扣
reciprocal	倒数
rectangle	矩形
rectangular	矩形的; 成直角的
reduce	
regular	
remainder	余数
remote interior angles	三角形一个外角对应的两个内错角
repeating decimal	无限循环小数
revolution	旋转 e. g. revolutions per min 每分钟 转速
rhombus	菱形
right	直的
root	方根; 方程的根
round	四舍五入
row:column	行
S	
satisfy	使……成立
scale drawing	按比例绘制 (的图)
scalene	不等边三角形, 不等边的

secant	割线
section	断面, 一部分 cross section 横截面
sector	扇形
segment	弓形; 部分
sequence	数列
set	集合
shaded region	阴影
side	边, 立体的面
sign(symbol)	符号
similar	(三角形) 相似的
simple annual interest	年单利
simple fraction	简分数
simultaneously	同时地, 同时发生地
simultaneous equations	联立方程组
slope	(直线的) 斜率
solid	立体; 立体的; 实心的, 单色的 e. g. solid lines 实线/solid color
solution	解, 答案
sphere	球体
square	正方形
straight angle	平角, 指 180 度的角
straight-line distance	直线距离
subdivide	再分, 细分
subtract...from...	从...减去...
successive	连续的, 相继的
such that	使得满足...的条件
sum	和
supplement	补角, 指两角之和为 180 度
surface area	表面积
T	
table	表格
take from	
tangent	切线: 相切的
term	项
through	
times	倍; 乘
token	辅币
toll	通行税
total	合计
to the nearest 10%	精确到 10%

transversal	横截线 e. g. ~ of parallel lines
trapezoid	梯形
triangle	三角形
triangular region	
trinomial	三项式
triple	三倍的
U	
uniform	一直不变的
unit	单位
unlike terms	非同类项
unknown	未知量
V	
value	值
variable	变量
vertex	顶点
vertical	垂直的；直立的；顶点的；对顶的
W	
wall	(容器) 壁
weight	重量；重力
X	
X-axis	X 轴
X-coordinate	X 坐标
XY-coordinate system	平面直角坐标系，同 XY-plane
Y	
Y-axis	Y 轴
Y-coordinate	Y 坐标
Z	
zero	零

